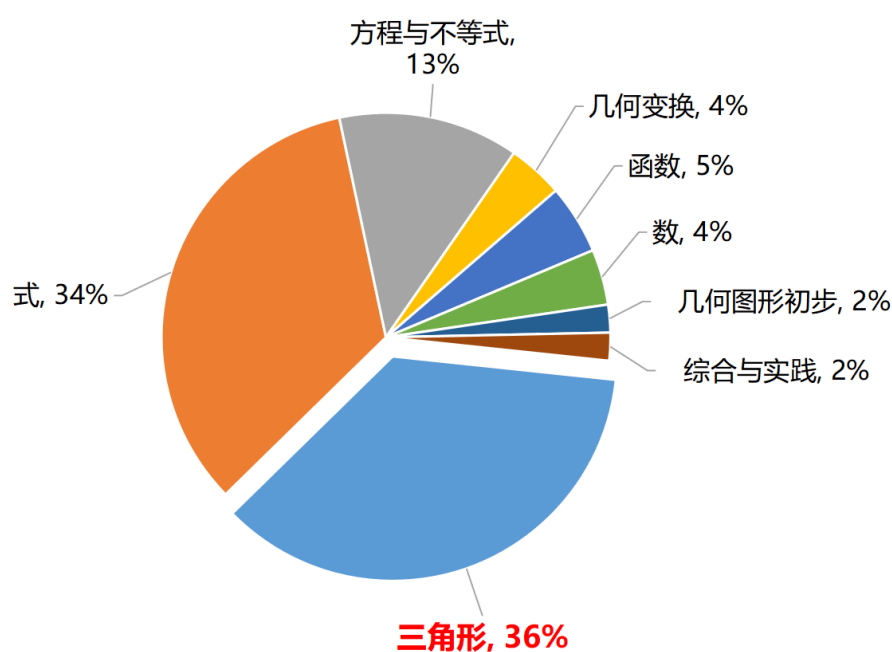


第1讲倍长中线

本模块属于《全等三角形》、《角平分线进阶》的后续模块，重点包括全等的特殊辅助线，综合性较强，本模块内容在考试常以压轴题的形式出现，需要帮学生建立一种基本题型的常规解法，遇到类似的题目能有思路、方向。

本模块难度较高，适用于全等三角形特殊辅助线的专题学习，本模块分为倍长中线、截长补短 2 讲内容，配套练习与讲义内容完全对照，帮助学生巩固各类题的解题技巧。

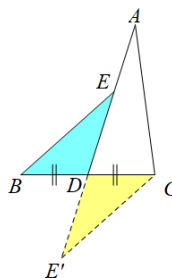
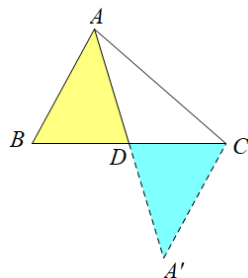


知识点	难度	考频
倍长中线	★★★★★	中
倍长类中线	★★★★★	中
截长法	★★★★★	高
补短法	★★★★★	中

一、倍长中线

倍长中线：即延长三角形的中线(或过中点的线)，使得延长后的线段是原中线的两倍。

其目的是构造一对_____的全等三角形；

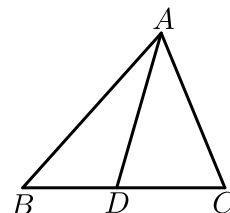


倍长中线模型的结论：① _____、_____

② 通过构造SAS型的_____全等，达到构造平行线和转移线段的目的

栗子1

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 5$ ，中线 $AD = 7$ ，则 AB 边的取值范围是（ ）。



A. $1 < AB < 29$

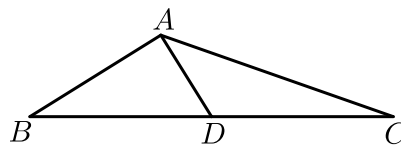
B. $4 < AB < 24$

C. $5 < AB < 19$

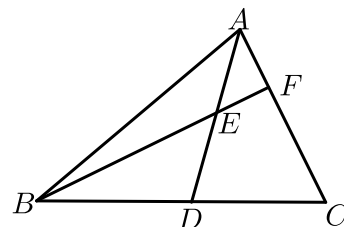
D. $9 < AB < 19$

栗子2

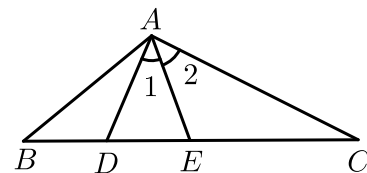
2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 120^\circ$ ， AD 是 BC 边上的中线，且 $AB \perp AD$ ， $AB = 6$ ，则 AC 的长为_____。



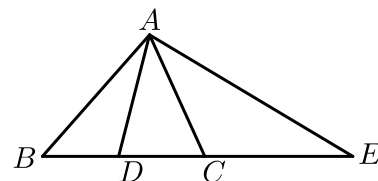
3. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， E 是 AD 上一点， BE 交 AC 于 F ，若 $BE = AC$ ， $BF = 9$ ， $CF = 6$ ，则 AF 的长度为_____。



4. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， D 、 E 在边 BC 上， $BD = DE$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AC = 2AD$ 。
求证： $AB = CE$ 。

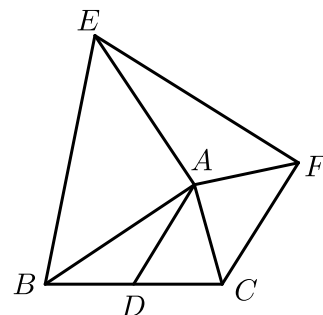


5. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，点 E 在 BC 的延长线上， $CE = AB$ ， $\angle BAC = \angle BCA$ ，求证：
 $AE = 2AD$ 。



栗子4

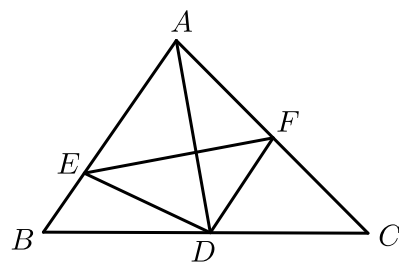
6. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， $AB = AE$ ， $AC = AF$ ， $\angle BAE = \angle FAC = 90^\circ$ 。判断线段 AD 与 EF 数量和位置关系。



二、倍长类中线

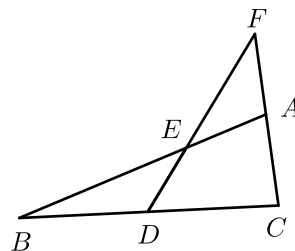
栗子5

7. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， E 、 F 分别在 AB 、 AC 上，且 $DE \perp DF$ ，则（ ）。

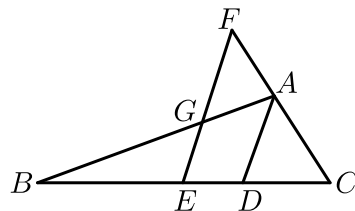


- A. $BE + CF > EF$
 B. $BE + CF = EF$
 C. $BE + CF < EF$
 D. $BE + CF$ 与 EF 的大小关系不确定

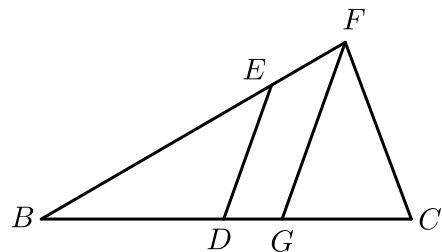
8. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 的中点，过点 D 作直线交 AB ， CA 的延长线于点 E ， F ．当 $BE = CF$ 时，求证： $AE = AF$ ．



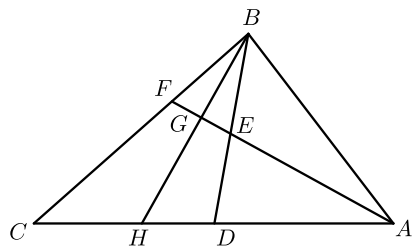
9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 交 BC 于点 D ，点 E 是 BC 中点， $EF \parallel AD$ 交 CA 的延长线于点 F ，交 AB 于点 G ，若 $BG = CF$ ．求证： AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线．



10. 如图, $\triangle BCF$ 中, $FC = 4$, $BF = 7$, D 是 BC 的中点, FG 平分 $\angle BFC$, 过 F 作 $FG \parallel DE$ 交 BC 于 G , 求 BE 的长.

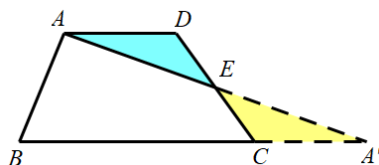


11. 如图, $\triangle ABC$ 中, BD 为中线, BH 平分 $\angle CBD$, $AF \perp BH$ 交 BD 、 BH 、 BC 于点 E 、 G 、 F , 求证: $2DE = FC$.



三、平行线 + 中点

平行线+中点：已知中点和一组平行线的情况下，通过延长相交的方式构造一对8字全等的三角形

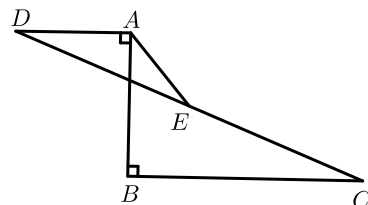


平行线+中点模型的结论：

- ① _____、_____
- ② 通过构造AAS或ASA型的_____全等，达到转移线段的目的
- ③ 与倍长中线属于同一类型的辅助线（已知条件的不同，构造全等的方式不同）

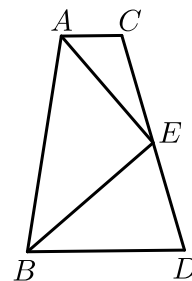
栗子7

12. 如图，已知 $AD \perp AB$ 于 A ， $AB \perp BC$ 于 B ， $\angle DAE = 135^\circ$ ，且 E 为 CD 中点，若 $AD = 3$ ， $AB = 4$ ，则 BC 的长度为（ ）。



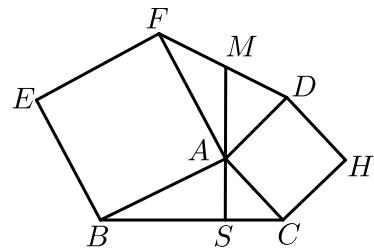
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

13. 如图， $AC \parallel BD$ ， E 为 CD 的中点， $AE \perp BE$ 。



- (1) 求证： AE 平分 $\angle BAC$ ， BE 平分 $\angle ABD$ 。
- (2) 线段 AB 、 AC 、 BD 有怎样的数量关系？请写出你的结论并证明。

14. $ABEF$ 和 $ACHD$ 均为正方形， $AS \perp BC$ 于 S ，交 FD 于 M ，求证：



- (1) M 为 FD 的中点 .
- (2) $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADF}$.